

Distribution Center Inventory Optimization Based on Fuzzy EOQ Model

Jiaqi Wang^{1,a}, Wei Liu^{2,b*}

¹ Xiamen university of Tan Kah Kee college, Zhangzhou, China

² Xiamen university of Tan Kah Kee college, Zhangzhou, China

^aSCL15067@stu.xujc.com, ^bliuwei568@xujc.com

*Corresponding author

Keywords: Inventory management, Fuzzy economic order quantity, Optimization

Abstract. With the transformation of technological innovations and ideas, the competition among enterprises is becoming more and more fierce. Only by having the ability to respond quickly to customer needs can we condense core competitiveness well, but the inventory problem is also a top priority. Inventory cost is increasing in the proportion of enterprise costs, so inventory control has become one of the effective ways for enterprises to improve economic efficiency. Based on the investigation of the inventory management method of the distribution center of Company G, it is found that the existing order pattern is unreasonable. The economic order quantity model using fuzzy set theory is optimized, which can solve the ordering problem under uncertainty.

基于模糊经济订货批量模型的配送中心库存优化

王嘉祺^{1,a}, 刘威^{2,b*}

¹厦门大学嘉庚学院, 漳州, 中国

²厦门大学嘉庚学院, 漳州, 中国

^a SCL15067@stu.xujc.com, ^bliuwei568@xujc.com

*通讯作者

关键词: 库存管理; 模糊经济订货批量; 优化

中文摘要. 随着技术革新和理念的转化, 企业间的竞争也愈加激烈, 只有具备快速响应顾客需求的能力, 才能很好地凝聚核心竞争力, 然而库存问题也是重中之重。库存成本在企业成本占比越来越大, 因此库存控制成为企业提高经济效益的有效途径之一。对G公司配送中心的库存管理方式展开调研, 发现其存在的订货模式不合理问题, 采用模糊集理论的经济订货批量模型进行优化, 可以很好地解决在不确定情况下的订货问题。

1. 引言

库存管理是一个企业实际运营中的重中之重, 是实现在物流过程中对商品的管理和控制。库存量高就意味着大量流动资金积压, 由于国内许多企业对于库存管理并不重视, 导致其资金占总成本的比例高居不下。如何控制库存是企业考虑的关键问题。本文以G公司配送中心为对象, 采用合理的订货模式降低库存成本, 为同类型企业提供借鉴。

2. 模糊经济订货批量模型含义

由于库存通常占据着企业总资金的20%—60%，如果对于库存管理方法的运用方式不够合理，便会使得这个企业的陷入资金积压和库容紧张的状况。因此，早已许多专家学者对此进行了研究，在假设需求最小的情况下，通过构建成本最小化的模型，求得最小订货批量，也就是经济批量模型。但在实际的生产运营中，面临了太多的不确定性因素。为了解决这种情况，有些学者引入了概率论来进行研究，可是随着企业生产运作的复杂性日益加剧，想要获得由精确规律的历史数据的难度也越来越大。于是，便又有一些专家学者想通过模糊集理论来描述库存管理的问题，这样能更好地反映出在模糊不确定情况下的各种参数出现的可能性。因此，运用模糊集理论来建立经济批量模型，对于解决不确定因素较强的库存管理问题可以发挥着重要的作用。

2.1 模糊集合和隶属函数

在普通的集合里，设A是论域X的子集，则X中的元素x是否属于A可由特征函数，即

$$C_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (1)$$

通过这个来表明其隶属情况，但这种绝对化的二值逻辑，显然无法适用于生活中的许多模糊情况。

因此，在描述模糊情况下，可以采用模糊集合来描述问题：在普通集合的基础上，把特征函数的取值范围从集合{0,1}扩大到在[0,1]区间上进行连续取值。

其数学定义如下所示：

若对论域X中的每一个元素，都规定从X到闭区间[0,1]的一个映射 μ_A ：

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1],$$

$$x \rightarrow \mu_A(x),$$

则在X上定义了一个模糊集合A：

$$A = \left\{ \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \mid x_i \in X \right\} \quad (2)$$

$\mu_A(x)$ 称为A的隶属函数， $\mu_A(x_i)$ 称为元素 x_i 的隶属度。模糊集合A完全由其隶属函数所刻画。

当X是可数集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 时，则离散型模糊集合A可表示为

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \quad (3)$$

当X为可数无穷集合 $X = \{x_1, x_2, \dots\}$ 时，只需要在上式子中将n换为 ∞ ；而当X中的元素不可数时，则拟连续型模糊集合A可借用积分号记为

$$A = \int_{x \in X} \frac{\mu_A(x)}{x} \quad (4)$$

这里的积分号 \int 仅借以表示无穷多个元素合并在一起。此处规定

$$0 \leq \mu_A(x) \leq 1 \quad (5)$$

表示元素x的隶属度 $\mu_A(x)$ 可为[0,1]区间上的任一实数。

当 $\mu_A(x_i)=0$ 时，表示 x_i 不属于这个模糊集合；

当 $\mu_A(x_i)=1$ 时，表示 x_i 百分之百属于这个模糊集合；

当 $\mu_A(x_i)=0.8$ 时，表示 x_i 的80%属于这个模糊集合。

2.2 模糊集合的运算

模糊集可以进行常规的数学运算，即加减乘除的运算，接下来将给出一些运算规则。

假设两组模糊集合为 $A = [a_1, a_2, a_3, a_4]$ 以及 $B = [b_1, b_2, b_3, b_4]$ ，且 a_1, a_2, a_3, a_4 和 b_1, b_2, b_3, b_4 均为实数。

(1) 加法:

$$A + B = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4] \quad (6)$$

(2) 减法:

$$A + B = [a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3, a_4 - b_4] \quad (7)$$

(3) 乘法:

$$A + B = [a_1 \times b_1, a_2 \times b_2, a_3 \times b_3, a_4 \times b_4] \quad (8)$$

(4) 除法:

$$A + B = [a_1 \div b_1, a_2 \div b_2, a_3 \div b_3, a_4 \div b_4] \quad (9)$$

当 $[a_1, a_2, a_3, a_4]$ 与 $[b_1, b_2, b_3, b_4]$ 均为大于0的数时, 模糊集的乘法和除法运算成立。

(5) 假设 $\alpha \in \mathbf{R}$,

则 $\alpha \geq 0$: $\alpha \times A = [\alpha \times a_1, \alpha \times a_2, \alpha \times a_3, \alpha \times a_4]$

$$\alpha < 0: \alpha \times A = [\alpha \times a_4, \alpha \times a_3, \alpha \times a_2, \alpha \times a_1]$$

2.3 模糊经济订货批量模型的意义

在研究单一产品的库存管理问题时, 人们往往会将其分为模糊和非模糊两种情况。在非模糊的情况下, 是通过已知的各个参数来求解最佳的订货批量, 使得库存成本最小化; 而在模糊的情况下, 由于缺乏其他精确的历史数据, 人们就通过其他模糊信息来进行判断, 其模糊概念指的是“需求量最少为 d_1 ”、“需求量在 d_m 左右”或“需求量最多为 d_n ”。例如, 在某一时期, 库存人员预估一个产品的需求量为“3000个左右”, 其含义便是该产品的需求量最有可能的数值范围是2800—3200, 不可能低于2500个, 也不可能高于3500个, 这样便很容易看出该产品的需求量服从三角形, 可表示为需求量 $d=[2800, 3000, 3200]$ 。在这个模糊条件下, 可以通过建立模糊经济批量模型, 寻找出合适的订货批量, 使得库存管理费用最小, 并能合理地控制库存问题。

3. 运用模糊集理论优化配送中心订货

3.1 G公司配送中心背景

根据G公司展开调研, 发现配送中心的缺货情况很大部分是因为在订货方面出现问题, 业务人员对于产品的订货预测不准确, 向供应商的厂家订单下达量太少或者太迟下单, 导致了到货不及时, 影响了后续的销售进度, 而缺货严重的情况也造成了较大的销售损失。

没有一个科学的采购订货模式使得G公司的采购管理问题较为突出, 最终导致库存积压或者门店缺货, 降低了G公司的整体效益。

在研究某一产品的单一库存问题时, 可以将其分类为确定和不确定的两种状况。在确定的状况下, 需要涉及应用到该产品的订货费用、运输费用、保管费用、延期费用等参数, 从而计算出最优的经济订货批量, 使得库存成本最小化。

在不确定的情况下, 并且没有大量精准的历史数据, 人们则只能通过运用各种模糊信息进行预测。而其模糊涵义则是“需求量在某个数值的上下范围”或“需求量至少大于某个数值”或“需求量最多小于某个数值”等。

在这种模糊情况下, 需要通过模糊集理论去推导出最优的订货模型, 使得产品的库存管理总费用最小。

3.2 模糊经济订货批量模型的建立与求解

在现实的情况下, G公司的需求量D和订货点R(需要再次进货的库存值)的数值是无法确定的, 因此可以用模糊数来进行表达。而对于供应商的提前补给天数L、延期费用B、采用(R,Q)控制策略下的订货量Q、运输费用, 这些数值则都是固定不变的。

用三角模糊数 (d_1, d_m, d_n) 表达G公司的某产品季度需求量D, 其含义是: 季度需求大致为 d_m , 不会低于 d_1 , 也不会高于 d_n , 其隶属函数 $\mu_D(x)$ 的关系如公式 (10) 所示。

$$\mu_D(x) = \begin{cases} \frac{x-d_1}{d_m-d_1}, & d_1 \leq x \leq d_m \\ \frac{d_n-x}{d_n-d_m}, & d_m \leq x \leq d_n \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

同理, 用三角模糊数 (r_1, r_m, r_n) 表达G公司的某产品季度需求量R, 其含义是: 订货点大致为 d_m , 不会低于 d_1 , 也不会高于 d_n , 其隶属函数 $\mu_R(x)$ 的关系如公式 (11) 所示。

$$\mu_R(x) = \begin{cases} \frac{x-r_1}{r_m-r_1}, & r_1 \leq x \leq r_m \\ \frac{r_n-x}{r_n-r_m}, & r_m \leq x \leq r_n \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

该产品总的库存管理费用为:

$$F(Q) = \text{订货费用} + \text{保管费用} + \text{运输费用} + \text{延期交货费用} \\ = K \frac{D}{Q} + C \left(\frac{Q}{2} + S \right) + M \frac{D}{Q} + PB \frac{D}{Q} \quad (12)$$

其中, $K \frac{D}{Q}$ 代表订货费用, 即订货成本K与订货次数 $\frac{D}{Q}$ 的乘积; $C \left(\frac{Q}{2} + S \right)$ 代表保管费用, 即塑化部门的平均库存水平 $\left(\frac{Q}{2} + S \right)$ 和单位库存成本C的乘积, 其中S是模糊安全库存, S等于模糊订货点R减去提前需求A; $M \frac{D}{Q}$ 代表运输费用, 即每次的运输成本M乘上运输次数 $\frac{D}{Q}$; $PB \frac{D}{Q}$ 代表延期交货费用, 即延期交货量P与单位延期交货B以及订货次数 $\frac{D}{Q}$ 的乘积。

假如某季度的需求为d, 则每天的需求量的三角模糊数为 $\left(\frac{d_1}{90}, \frac{d_m}{90}, \frac{d_n}{90} \right)$, 由此可知提前需求量A的三角模糊数为 $\left(\frac{d_1}{90}L, \frac{d_m}{90}L, \frac{d_n}{90}L \right)$, 所以安全库存为:

$$S = R - A = (s_1, s_2, s_3) = \left(r_1 - \frac{d_1}{90}L, r_2 - \frac{d_m}{90}L, r_3 - \frac{d_n}{90}L \right) \quad (13)$$

在提前需求A在大于订货点的数量R的情况下, 延期交货量P等于 $(A - R)$ 与提前需求大于订货点可能出现的几率p的乘积:

$$P = p(A - R) \quad (14)$$

将公式 (13) 和 (14) 带入公式 (12), 则可得出:

$$F(Q) = (K + M) \frac{D}{Q} + C \frac{Q}{2} + C(R - A) + p(A - R)B \frac{D}{Q} \quad (15)$$

为了方便机损, 设 $T = K + M$; 令 $C \frac{Q}{2}$ 变成 $Q(g_1, g_m, g_n)$, 其中使得 $g_1 = g_m = g_n = \frac{C}{2}$; 再令 $t = (A - R)D = (t_1, t_m, t_n) = \left[d_1 \left(\frac{d_1}{90}L - r_1 \right), d_m \left(\frac{d_m}{90}L - r_1 \right), d_n \left(\frac{d_n}{90}L - r_1 \right) \right]$ 分别代入公式 (15) 即可得到模糊经济订货批量模型 $F(Q) = [F_1(Q), F_2(Q), F_3(Q)]$, 其中

$$\begin{cases} F_1(Q) = d_1 \frac{T}{Q} + g_1 Q + s_1 C + t_1 \frac{pB}{Q} \\ F_m(Q) = d_m \frac{T}{Q} + g_m Q + s_m C + t_m \frac{pB}{Q} \\ F_n(Q) = d_n \frac{T}{Q} + g_n Q + s_n C + t_n \frac{pB}{Q} \end{cases} \quad (16)$$

与此同时, 用重心法来求解模糊总库存管理费用:

$$F(Q) = \frac{F_1(Q) + F_m(Q) + F_n(Q)}{3} \\ = \frac{d_1 + d_m + d_n}{3} \frac{T}{Q} + \frac{g_1 + g_m + g_n}{3} Q + \frac{s_1 + s_m + s_n}{3} C + \frac{t_1 + t_m + t_n}{3} \frac{pB}{Q} \quad (17)$$

$$\text{令 } \frac{\partial F(Q)}{\partial Q} = 0 \text{ 可得最优的订货批量为 } Q^* = \sqrt{\frac{T(d_1 + d_m + d_n) + pB(t_1 + t_m + t_n)}{g_1 + g_m + g_n}} \quad (18)$$

通过以上的数学公式推导出模糊经济订货批量模型, 如公式 (16) 所示; 运用几何重心法求计算得出最优的订货批量 Q^* , 如公式 (18) 所示。

3.3 库存数据的处理与分析

运用以上的数学模型, 可以对G公司的产品的单一库存问题进行深入的研究和分析。

由于G公司的产品的库存产品种类较多, 本文选取“2018年第二季度的HDPE的销售情况”作为例子研究计算。

根据实际的库存需求可知2018年第二季度HDPE的需求量为15000吨，又依据塑化部门的计划人员的推测可得该产品的需求量最小不低于12000吨，最大不会高于18000吨，由此可知它的模糊需求量为 $D=(12000,15000,18000)$ 。而通过该部门物流实际运作速度看来，也可以确定HDPE的订货点为2000吨，最多不会超过3000吨。所以，该产品的模糊订货点为 $R=(0,2000,3000)$ 。为了保证数据的有效性和准确性，还在G公司的ERP系统中查找获取关于该产品的相关数据，如以下表1所示。

表1 G公司配送中心第二季度HDPE的库存相关数据

参数	订货成本 K (元/次)	运输费用 M (元/次)	T=K+M (元/次)	单位延期 交货费用B (元/次)	供应商的 提前补给 天数L/天	保管成本 C (元/吨)	延期交货 出现的概 率p/%
参数值	300	1200	1500	200	9	50	10

将上面的数据带入公式（8），即可求出最优订货批量：

$$Q^* = \sqrt{\frac{T(d_1+d_m+d_n)+pB(\tau_1+\tau_m+\tau_n)}{g_1+g_m+g_n}}$$

$$= \sqrt{\frac{15000 \times (12000+15000+18000) + 10\% \times 30 \times [12000 \times (\frac{12000}{90} \times 9 - 0) + 15000 \times (\frac{15000}{90} \times 9 - 2000) + 18000 \times (\frac{18000}{90} \times 9 - 3000)]}{60}}$$

$$\approx 2900$$

即 $Q^*=2900$ 吨，所以2900吨则是在确定性情况下的经济订货批量。

最后，将以上采用的三角模糊经济批量模型与G公司实际运作的库存管理的费用进行比较，如下表2所示。

表2 G公司配送中心两种库存费用的比较

	订货费用	保管费用	运输费用	延期交货费用
模糊经济订货批量模型的库存费用/元	1551.72	97500	6206.90	51.72
G公司配送中心实际运作的库存费用/元	300	375000	1200	0

将 Q^* 代入公式（12）可得出模糊经济订货批量模型的总库存费用为105310.34元，而G公司实际运作的总库存费用为376500元，节约了271189.66元的费用。由此可以知道：尽管采用三角模糊经济订货批量模型会使得订货费用、保管费用、运输费用、延期交货费用有所增加，但是在保管费用上则大大减少了消耗，而总库存费用也由此大量减少。

4. 总结

本文运用基于三角模糊集理论的经济批量模型，引入模糊集决策可以很好地解决在不确定情况下的订货问题，从而帮助G公司做好订货决策。通过对于G公司的库存管理方面进行优化，希望同类型企业未来可以更加重视库存管理，从而有效地提高企业的竞争力。

References

- [1] D.S. Kumar, G.C. Mahata, A comprehensive study of an economic order quantity model under fuzzy monsoon demand, *sadhana-academy proceedings in engineering sciences*, vol.44, pp. 1-12, 2019.
- [2] O. Dey, A fuzzy random integrated inventory model with imperfect production under optimal vendor investment, *Operational Research*, vol.19, pp. 101-115, 2019.
- [3] S. Maity, D.S. Kumar, P.M. Sankar, A Study of an EOQ Model under Lock Fuzzy Environment, *mathematics*, vol.7, pp. 1-23, 2019.