

# The Development of Orthogonal Teaching in Higher Education

Yongxiong Zhou<sup>1,a</sup>

<sup>1</sup>Mathematics and computer faculty, Guangdong ocean university, Zhanjiang, Guangdong, China  
<sup>a</sup>zhouyongxiong@126.com

**Keywords:** Orthogonal, Teaching design, data processing.

**Abstract.** In this paper, we discuss six formulas about orthogonalization. These formulas are simple and interlinked. The first three formulas are used for continuous functions, and the corresponding last three formulas are used for discrete data. Whether the data is high frequency or low frequency, there is always a very effective formula. Therefore, we recommend teaching these orthogonal formulas in the management and social sciences.

## 在高等教育通识教育中开展正交化专题教学

周永雄<sup>1, a</sup>

<sup>1</sup>广东海洋大学数学与计算机学院, 湛江, 广东, 中国  
<sup>a</sup>zhouyongxiong@126.com

**关键词:** 正交化; 教学设计; 数据处理

**中文摘要.** 本文讨论了正交化计算的六个公式, 这些公式简单且内在联系紧密。前三个公式适用于连续的函数, 相应的后三个公式适用于离散的数据。针对数据的高频与否, 都有相应的一个公式逼近效果优异。所以, 作者推荐在管理和社会科学中教学这些正交公式。

### 1. 引言

众所周知, 正交试验设计(Orthogonal experimental design)是根据正交性从全面试验中挑选出部分有代表性的点进行试验, 这些有代表性的点具备了“均匀分散, 齐整可比”的特点。从而, 正交试验成为一种高效率、快速、经济的实验设计方法。<sup>[1-6]</sup>

然而, 在管理与社会科学处理相关海量数据时, 有关利用正交化来简化计算的论述、研究方法、教学开展乏善可陈, 基本零零碎碎地分散在离散数学、高等数学、线性代数、数学软件的教学实践中, 师生难以系统总结和分析其本质特征。

因此, 作者呼吁在管理与社会科学领域, 率先开展以正交化为专题的数据处理的教学。

### 2. 正交化处理数据的主要数学公式与内在逻辑

本文以内积型公式求积分或离散数据的正交分解为例具体给出管理与社会科学中处理数据的方法。在本节中, 将先给出六个正交化计算或逼近的公式, 然后阐释它们表达形式相似, 内在逻辑关系紧密, 并将指出每个公式的适用范围。

### 2.1 数学公式

首先，在讨论连续变量的函数时，设  $\langle f, g \rangle$  为讨论区间或区域上的带特定权的内积，例如  $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$ ，而  $P_k$  为相应区间或区域上的次数为  $k$  的正交多项式，如下公式

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\langle f, P_k \rangle}{\langle P_k, P_k \rangle} P_k(x), \tag{1}$$

为熟知的傅里叶或傅里叶——勒让德展开。然后，可以分析出如下公式

$$\langle f, g \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\langle f, P_k \rangle \langle g, P_k \rangle}{\langle P_k, P_k \rangle}, \tag{2}$$

在低频时逼近效果极好。而在高频时，需附加权  $\Omega(x) > 0$ ，这时

$$\langle f, g \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\langle \Omega f, P_k \rangle \langle g, P_k \rangle}{\langle \Omega P_k, P_k \rangle}. \tag{3}$$

逼近效果才好。类比连续量的情形，对离散向量成立如下情形

$$\mathbf{f} = \sum_{k=1}^n \frac{\langle \mathbf{f}, \mathbf{P}_k \rangle}{\langle \mathbf{P}_k, \mathbf{P}_k \rangle} \mathbf{P}_k, \tag{4}$$

$$\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \sum_{k=1}^n \frac{\langle \mathbf{f}, \mathbf{P}_k \rangle \langle \mathbf{g}, \mathbf{P}_k \rangle}{\langle \mathbf{P}_k, \mathbf{P}_k \rangle}, \tag{5}$$

$$\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \sum_{k=1}^n \frac{\langle \Omega \mathbf{f}, \mathbf{P}_k \rangle \langle \mathbf{g}, \mathbf{P}_k \rangle}{\langle \Omega \mathbf{P}_k, \mathbf{P}_k \rangle}, \tag{6}$$

其中向量内积定义为对应的  $n$  个分量的乘积之和，即  $\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \sum_{i=1}^n f_i g_i$ ，而  $\mathbf{P}_k$  为正交向量序列。

以上 (1-6) 的六个公式，对于多变量函数或离散矩阵都自然成立。并且，仅仅需要数目极少的几项，逼近的效果就很好了。此外，公式 (4) 包含正交实验的处理办法在内。

### 2.2 内在逻辑

公式 (1-6) 表达形式简明易记，内在逻辑关系明晰，具体关系如下表所示，所以教学难度不大，便于在管理和社会科学的数据分析的教学中开展。

表1 公式 (1-6) 的适用范围与内在逻辑

公式	适用范围		
	连续或离散	逼近或组合逼近	高频或低频
1	连续	逼近	低频
2	连续	组合逼近	低频
3	连续	组合逼近	高频
4	离散	逼近	低频
5	离散	组合逼近	低频
6	离散	组合逼近	高频

不仅仅在互联网、物联网、医疗等自然科学领域，还包括教育、管理、营销等社会科学领域，大数据的分析日益得到了广泛重视。而正交化计算的离散公式 (4-6) 可望便捷处理这些大数据，比如排序集抽样下对复杂数据进行统计推断时，应用公式 (4-6) 可望按照影响因子快速对影响因素排序，并自动检录出高能量的低频因素和剥离出低能量的高频因素。

### 3. 正交化专题的教学内容与安排

应当指出，在实际的大数据分析时，对于研究目标共同起作用的不光有高能量的低频主因素，还包括低能量的高频干扰因素。目前对于高频、低频对于内积大小的数值分析，仅在连续函数的情形比较清楚。所以，教学安排上应先讲授连续函数的情形，然后类似推广为离散向量的情形。

综合以上考量，切合公式（1-6），拟给定以正交化为专题的数据处理与上机操作的教学研讨或实践的教学安排如下：

表2 以正交化为专题的数据处理的教学安排

序号	内 容	教学组织形式	时间（天）
1	导论：数学公式与编程语言	集中	0.5
2	连续函数的正交化表示，即勒让德展开：公式（1）	集中	0.5
3	一维数组的正交化表示：勒让德型离散序列逼近：公式（4）	集中	0.5
4	矩阵的正交化表示：二维勒让德型离散序列逼近：公式（4）扩展	集中	0.5
5	在处理图像压缩变换编码中的应用：公式（4）应用	集中	0.5
6	低频、高频的傅里叶积分的快速计算：公式（2-3）的联合分析	集中	0.5
7	在傅里叶——勒让德展开中代入积分近似式：公式（2-3）	集中	0.5
8	LU分解算法求解顺序主子式都非零的线性方程组：公式（2-3）	集中	0.5
9	排序集抽样下相依与缺失数据经验贝叶斯推断：公式（5）	集中	0.5
10	低频、高频叠加的离散序列的快速逼近和滤波算法：公式（5-6）	集中	0.5
11	再谈在处理图像压缩变换编码中的应用：公式（5-6）	集中	0.5
12	正交试验设计及分析：公式（4）的阐释	集中	0.5
13	在管理科学中主因子分析法中的应用：公式（4）的阐释	分散	1
14	在其他管理与社会科学中的应用	分散	1
15	确定题目，分组讨论后独立完成专题设计	分散	2
合 计			10

### 4. 结束语

在社会科学领域进行大数据分析时，拟定开展正交化计算这个专题，可从连续函数的正交化表示、数组或矩阵的正交化表示、正交试验入手，进行算法分析，并与其他算法进行对比，需要再现公式的编辑和说明，程序语言可选用C、MATLAB、Python等之中任意一种，但是在课程设计的正文中需要表格化分段录入，尽量要求简明、可读。

学有余力的同学可以在实际应用领域，例如变换编码、管理等社会科学的具体解决方案中完成整个正交化的计算过程。同时与管理、营销、教育学等社会科学课程相结合，使学生具备编程实现既有算法的基本能力，最终能够改进算法。

## 致谢

本文为国家社科基金一般项目《排序集抽样下复杂数据统计推断研究》(15BTJ031)、广东省自然科学基金面上项目《排序集抽样下相依数据经验推断》(2016A030313812)、广东省自然科学基金项目《排序集抽样下相依与缺失数据经验贝叶斯推断》(2018A030307070)的阶段性成果之一。

## References

- [1] Chen J L, Kwai Chi Au, Yuk Shan Wong, et al. Using orthogonal design to determine optimal conditions for biodegradation of phenanthrene in mangrove sediment slurry. *Journal of Hazardous Materials*, 2010, 176(1):666-671.
- [2] Mohan J, Krishnaveni V, Guo, Yanhui. A survey on the magnetic resonance image denoising methods. *Biomedical Signal Processing & Control*, 2014, 9(1):56-69.
- [3] Cai, Liangxiao Jiang. Enhancing the performance of differential evolution using orthogonal design method. *Applied Mathematics & Computation*, 2008, 206(1):56-69.
- [4] Xie Y, Xia D, Jing J, et al. Optimization for ISSR-PCR System of *Fraxinus mandshurica* Rupr. Using Orthogonal Design. *Molecular Plant Breeding*, 2005, 3:445-450.
- [5] Sharma P, Amitabh Verma, R.K. Sidhu, et al. Process parameter selection for strontium ferrite sintered magnets using Taguchi L9 orthogonal design. *Journal of Materials Processing Technology*, 2005, 168(1):147-151.
- [6] Lan W G, Wong M K, Chen N, et al. Orthogonal array design as a chemometric method for the optimization of analytical procedures. Part 5. Three-level design and its application in microwave dissolution of biological samples. *Analyst*, 1995, 120(4):1115-1124.