



Study on the Correlation Between Fractal Dimension of Sedimentary Soil Layer and Shear Wave Velocity in Yuxi Basin

Tiefei Li^{1,*}, Xueliang Chen¹, Sen Qiao¹

¹ China, Institute of Geophysics, China Earthquake Administration

*Corresponding author. Email: 2fen222@163.com

ABSTRACT

Grain size characteristics of soil layers are closely related to their engineering properties, especially shear wave velocity, and are therefore often taken as the main criteria for soil engineering classification. In this paper, fractal theory is used as a method to study the gradation characteristics of soil particles in order to reflect the characteristics of sediment particles in the process of water flow handling and sediment, and to establish the relationship between the characteristics of soil particles in the hydrodynamic environment. Dimensional analysis results of 36 typical soil samples from six boreholes in Yuxi Basin are given in this paper. It is considered that the granular soils formed in the river sedimentary environment have obvious fractal characteristics. Dimensional values of coarse-grained soils such as gravel and gravel sand layers in Yuxi Basin are similar, which indicates that they may be formed in the river sedimentary environment dominated by Yuxi Dahe River. In areas dominated by sedimentary environments such as slope deposit and flood deposit, the fractal dimension characteristics of granular soils are not obvious, which may be due to complex and repeated water flow transport of particles. At the same time, the shear velocity of the gravel layer in Yuxi Basin is negatively correlated with the grain dimension.

Keywords(Bold): Sedimentary Environment, Particle Size, Fractal Dimension, Shear-wave Velocity

玉溪盆地沉积土层分形维数与剪切波速的相关性研究

李铁飞^{1,*}, 陈学良¹, 乔森¹

¹ 中国地震局地球物理研究所

* 通讯作者. 电子邮箱: 2fen222@163.com

摘要

土层的粒度特征与其工程性质尤其是剪切波速密切相关,因而常被作为土工程分类的主要指标。本文采用分形理论作为研究土层颗粒级配特征的方法,以期反应出沉积土层颗粒在水流搬运和沉积过程中的特点,建立水动力环境了土层颗粒特征之间的联系。文中给出了玉溪盆地六个钻孔的36个典型土样的维度分析结果,认为在河流沉积环境中形成的颗粒土,具有十分明显的分维特征,玉溪盆地的圆砾层、砾砂层等粗粒土的维度值相近,这表明它们可能是形成于玉溪大河为主的河流沉积环境。在坡积、洪积等沉积环境为主导的区域,颗粒土的分维特征不明显,这可能是由于颗粒经历了复杂、多次的水流搬运。同时,玉溪盆地圆砾层的剪切波速与颗粒维度呈明显的负相关关系。

关键字: 沉积环境, 颗粒级配, 分形维数, 剪切波速

1. 土层颗粒的分形研究

土的工程性质与土的物质成分、结构密切相关。在物质成分研究中, 粒度成分常起较大作用, 特别是对于粗粒土, 粒度组成往往决定了土的渗透、变形、强度等物理力学特性, 因而常被作为土工程分类的主要指标, 并用不均匀系数 C_u 、曲率系数 C_e 来表征级配关系。

分形几何学是由法国数学家 B. B. Mandelbort 创立的, 在岩土力学领域中, 如矿物学、地质构造、岩石断裂、岩石破碎、岩石和土粒子的表面和孔隙率、地下水渗透、节理粗糙度以及石油勘探等领域得到了广泛的应用(B B Mandelbort, 1982)。岩土材料单元包含大量不同阶次的孔隙和微裂纹, 是一个分形维数结构; 岩土材料的变形、断裂、孔隙率、渗透性等物理力学性质均具有分形特征(谢和平, 1992, 1993)。因此对于工程应用来说, 可以用分维来描述粒度分布, 它是表征土体级配, 分选程度的良好参数, 分维越大, 土层颗粒的分选性越差, 而分选性差, 级配一般较好(刘松玉等, 1993)。

对于颗粒分维的测量, J D Orford 和 W B Whalley (1983)使用晶格图像外貌量测了单一晶粒的粗糙度, 并由晶粒粗糙度的扫描电镜量测得出其分维在 1.0 和 1.3 的范围内变化。B B Mandelbrot (1982)引入了在薄片上分形孔隙的相关量测方法, Katz 和 Thompson (1985)提出了分形的自动相关量测方法, 使用扫描电镜和光学显微镜测量得到的数据表明某些砂岩具有分形空隙, 并由分形统计学预测出了正确的岩石孔隙率。

D L Turcotte (1986)、F Bartoli 等(1991)、S W Tyler 等(1992)的研究表明, 土壤粒径、颗粒表面积、颗粒体积、孔隙大小等具有自相似特征, 分形理论可以作为定量描述土壤结构特征的新方法。易顺民等(1997)分析了泥石流流体和堆积物粒度分布的分形结构特征, 认为分维反映了泥石流活动的形成演化特征, 田堪良等(2002)研究了我国黄河及陕西省的黑河、石头河、冯家山古河道河床天然沉积砂卵石的粒度成分分形结构特征。刘晓明等(2006)认为水流搬运的翻滚推移和悬浮两种方式, 生成两种具有不同分形特征的沉积物, 分形维数能反映不同岩土沉积环境及其粒度分选程度。

分形理论可以作为解释土层颗粒特征, 尤其是颗粒级配特征的有效方法, 同时它可以反映出沉积

土层颗粒在水流搬运和沉积过程中的特点, 从而建立水动力环境与土层颗粒特征之间的联系。

2. 土层颗粒级配的维度表示方法

表 1 典型的颗粒分析样品维度拟合分析结果

| 土样编号 | 深度 (m) | 土性 | a | b | r^2 | 维度 |
|---------|--------|----|--------|--------|--------|-------|
| ZK1-13 | 13.6 | 圆砾 | 0.0688 | 0.7396 | 0.9815 | 2.793 |
| ZK1-18 | 18.1 | 砾砂 | 0.0835 | 0.8611 | 0.9652 | 2.810 |
| ZK1-23 | 23.6 | 砾砂 | 0.0848 | 0.8718 | 0.9808 | 2.814 |
| ZK1-51 | 51.9 | 粉砂 | 0.1615 | 0.8841 | 0.9241 | 2.629 |
| ZK1-63 | 63.6 | 粉土 | 0.1712 | 0.8756 | 0.9352 | 2.618 |
| ZK2-20 | 20.6 | 圆砾 | 0.0543 | 0.5003 | 0.9831 | 2.664 |
| ZK2-26 | 26.9 | 圆砾 | 0.0715 | 0.6623 | 0.9905 | 2.723 |
| ZK2-25 | 25.1 | 中砂 | 0.0508 | 0.3810 | 0.9969 | 2.566 |
| ZK2-30 | 30.6 | 粉砂 | 0.1750 | 0.8607 | 0.8498 | 2.521 |
| ZK2-34 | 34.1 | 圆砾 | 0.0725 | 0.7102 | 0.9717 | 2.757 |
| ZK2-42 | 42.1 | 砾砂 | 0.0946 | 0.7893 | 0.9626 | 2.693 |
| ZK2-48 | 48.1 | 粉土 | 0.2094 | 0.8902 | 0.9333 | 2.444 |
| ZK2-67 | 67.1 | 砾砂 | 0.0982 | 0.9249 | 0.9815 | 2.793 |
| ZK2-75 | 75.6 | 圆砾 | 0.0494 | 0.4482 | 0.9703 | 2.636 |
| ZK3-15 | 15.1 | 粉砂 | 0.1497 | 0.8310 | 0.8589 | 2.609 |
| ZK3-59 | 59.6 | 粉土 | 0.2032 | 0.9077 | 0.9460 | 2.521 |
| ZK3-14 | 14.1 | 粉粘 | 0.2537 | 1.3356 | 0.9789 | 2.814 |
| ZK3-79 | 79.6 | 粘土 | 0.1926 | 1.2423 | 0.9835 | 2.871 |
| ZK4-3 | 3.9 | 粉粘 | 0.1639 | 1.2160 | 0.9887 | 2.902 |
| ZK4-20 | 20.4 | 粘土 | 0.2486 | 1.2495 | 0.9760 | 2.745 |
| ZK5-15 | 15.2 | 圆砾 | 0.0499 | 0.6264 | 0.9751 | 2.798 |
| ZK5-16 | 16.4 | 圆砾 | 0.0500 | 0.5948 | 0.9871 | 2.778 |
| ZK5-21 | 21.8 | 粉粘 | 0.1985 | 1.3329 | 0.9448 | 2.909 |
| ZK5-28 | 28.1 | 粘土 | 0.0871 | 1.1482 | 0.9427 | 2.967 |
| ZK5-33 | 33.1 | 砾砂 | 0.0562 | 0.6728 | 0.9934 | 2.803 |
| ZK5-34 | 33.6 | 砾砂 | 0.0680 | 0.8514 | 0.9920 | 2.857 |
| ZK5-39 | 39.1 | 粉土 | 0.2825 | 1.4007 | 0.9944 | 2.793 |
| BH11-59 | 59.4 | 粉砂 | 0.4037 | 1.2549 | 0.9678 | 2.418 |
| BH11-61 | 61.5 | 中砂 | 0.2030 | 1.2665 | 0.8463 | 2.762 |
| BH13-3 | 3.3 | 砾砂 | 0.2229 | 1.2780 | 0.9870 | 2.697 |
| BH4-20 | 20.4 | 砾砂 | 0.1827 | 1.0390 | 0.9944 | 2.638 |
| BH4-46 | 46.6 | 砾砂 | 0.1823 | 0.9652 | 0.9405 | 2.536 |
| BH6-18 | 18.6 | 中砂 | 0.2427 | 1.2889 | 0.8463 | 2.781 |
| BH6-50 | 50.3 | 砾砂 | 0.1077 | 0.6258 | 0.9809 | 2.482 |
| BH7-45 | 45.3 | 砾砂 | 0.1844 | 0.8386 | 0.6394 | 1.902 |
| BH7-6 | 6.9 | 砾砂 | 0.2160 | 1.1866 | 0.9758 | 2.687 |

AJ Katz, AH Thompson(1985)、TylerSW W, Wheatcraft S W(1992)根据电子显微镜下的细粒土图像给出土壤中大于某一粒径 R 的土粒的体积公式:

$$V(r > R) = C \left[1 - \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{3-D} \right] \quad (1)$$

式中 C、λ 为常数，与土壤本身的颗粒性质有关。

假设各级土粒重度均一，则大于某一粒径 R 的全部土壤颗粒重量:

$$M(r > R) = \rho C \left[1 - \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{3-D} \right] \quad (2)$$

R=0 时 (2) 变为计算全部土壤颗粒总质量 M_t 的公式，因此有 ρ C=M_t。设 R_{MAX} 为最大粒径，当 R=R_{MAX} 时 (2) 的左边应为 0，因此有 λ=R_{MAX}。则有:

$$\frac{M(r > R)}{M_t} = 1 - \left(\frac{R}{R_{MAX}} \right)^{3-D} \quad (3)$$

则小于某一粒径 R 的全部土壤颗粒重量:

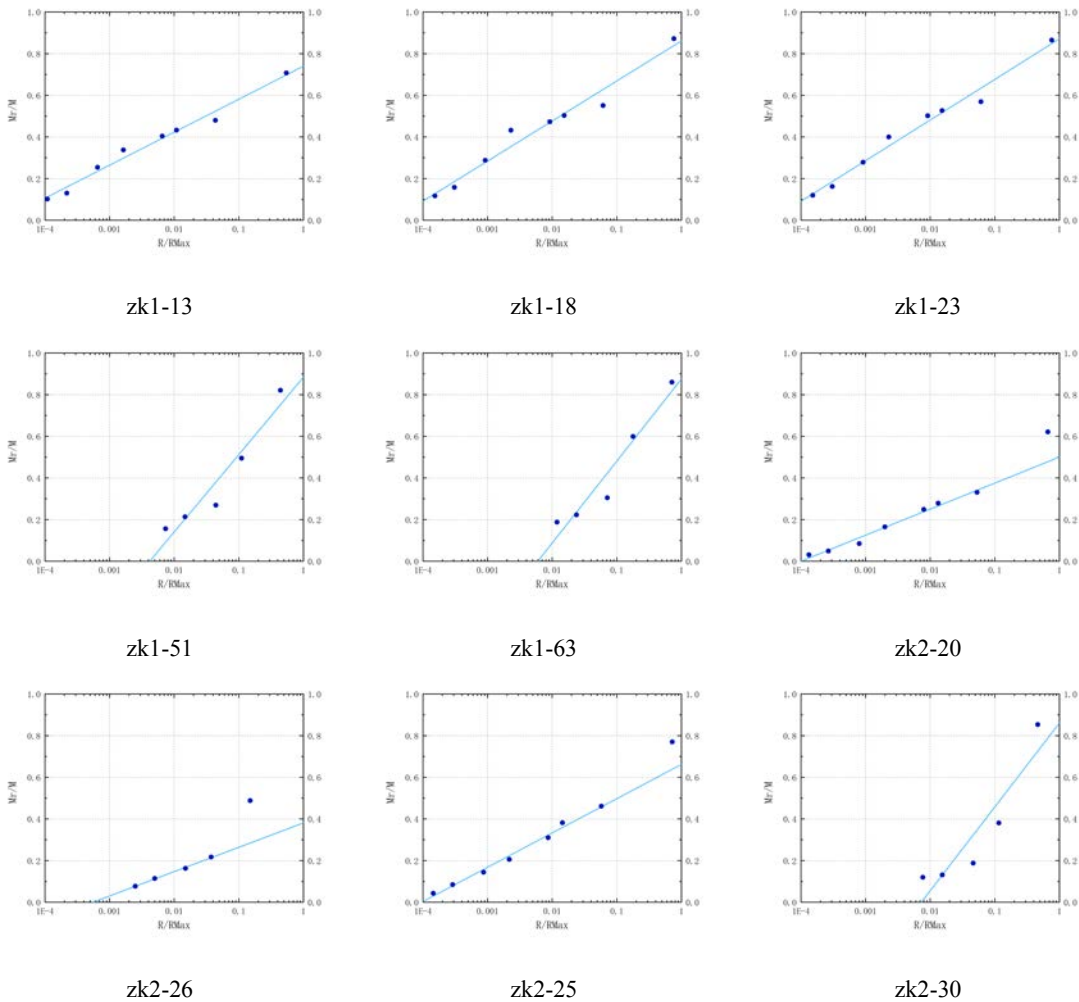
$$\frac{M(r < R)}{M_t} = \left(\frac{R}{R_{MAX}} \right)^{3-D} \quad (4)$$

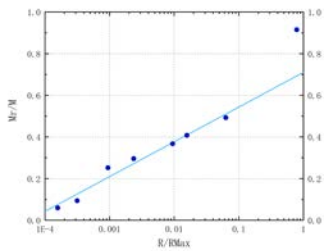
由颗粒分析结果可得小于于某一粒径的全部土壤颗粒重量，则可由 (4) 求得维度 D。

3. 玉溪盆地沉积土层颗粒的维度统计

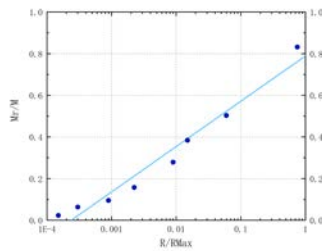
本文以云南省玉溪盆地地区为研究区域，使用钻孔钻探、取样、实验室粒度分析、土工试验的方式，研究玉溪盆地第四系沉积土层的颗粒、孔隙和波速特征，并将颗粒粒度采用分维表示法进行描述。

设 m(r) 为直径小于 r 的颗粒累积质量，m 为总质量，若在对数坐标下 $\frac{m(r)}{m} \sim \frac{r}{R_{MAX}}$ 存在直线段，则粒度分布具有分形结构，可使用维度表示土层的颗粒级配特征。选取六个钻孔的 36 个典型的颗粒分析样品，对其 $\frac{m(r)}{m} \sim \frac{r}{R_{MAX}}$ 在对数坐标下进行拟合分析，其结果如表 1 和图 1。

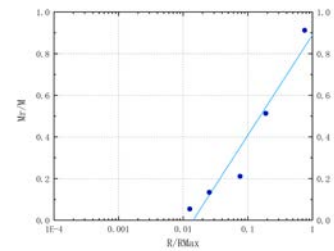




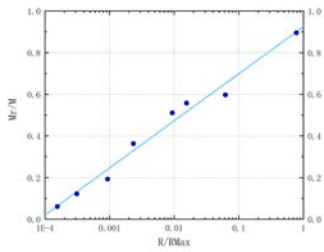
zk2-34



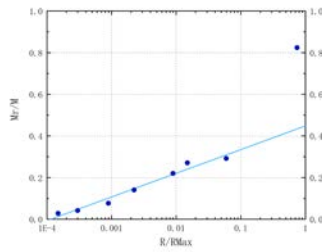
zk2-42



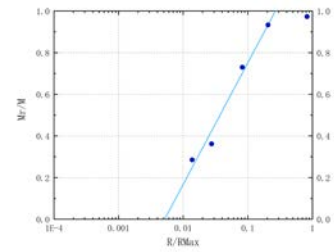
zk2-48



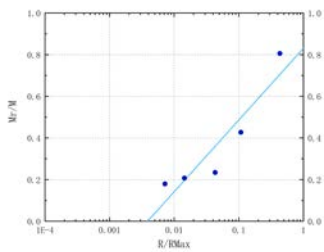
zk2-67



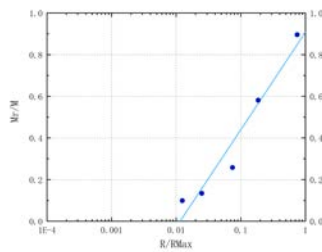
zk2-75



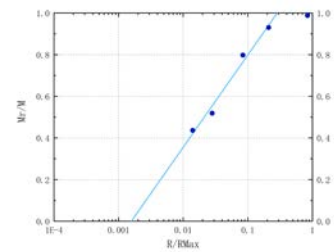
zk3-15



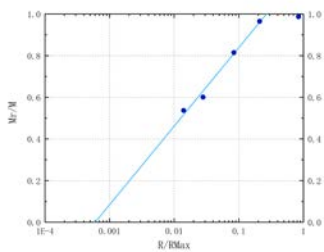
zk3-59



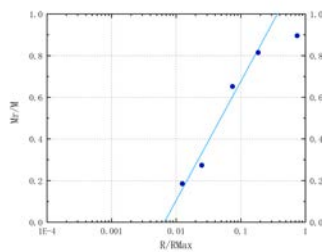
zk3-14



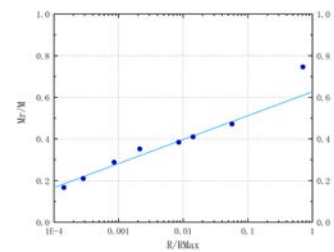
zk3-79



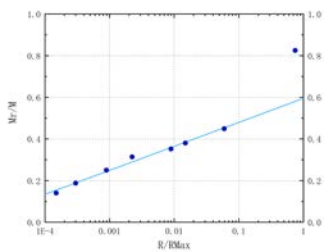
Zk4-3



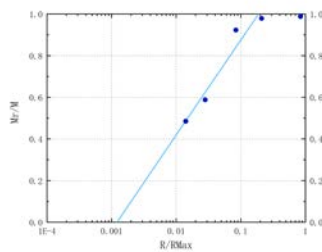
zk4-20



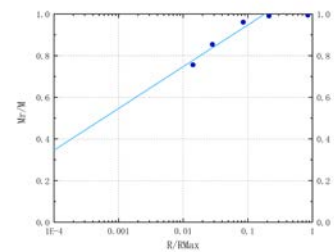
zk5-15



zk5-16



zk5-21



zk5-28

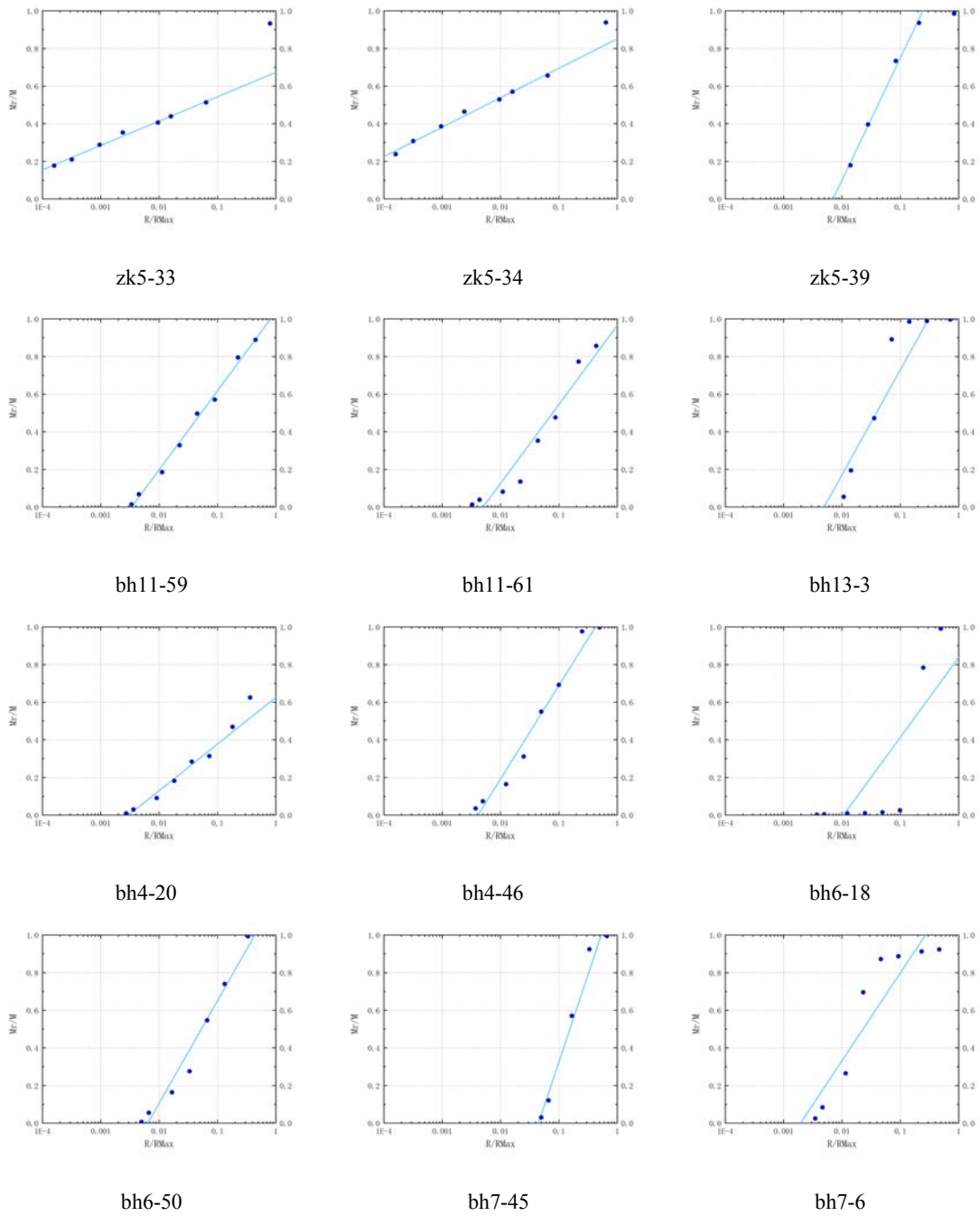


图 1 典型的颗粒分析样品维度拟合分析结果

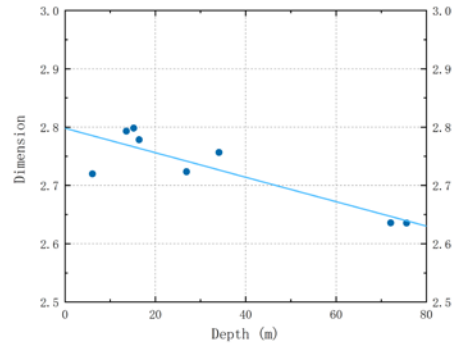
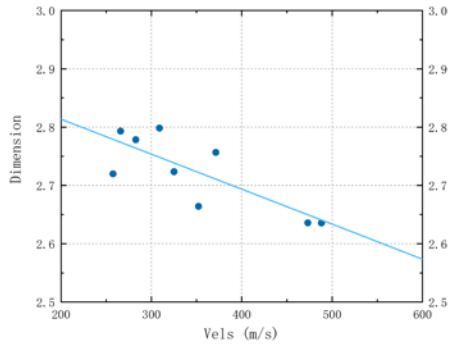


图 2. 圆砾的颗粒维度与剪切波速、土层埋深的关系

表 2 分维特征明显的样品的维度和剪切波速

| 钻孔 | 深度 (m) | 土性 | 剪切波速 (m/s) | 维度 | 标准差 |
|------|--------|----|------------|-------|--------|
| ZK1 | 13.6 | 圆砾 | 266.04 | 2.793 | 0.0293 |
| ZK1 | 18.1 | 砾砂 | 310.74 | 2.810 | 0.0341 |
| ZK1 | 23.6 | 砾砂 | 363.04 | 2.814 | 0.0329 |
| ZK2 | 6.1 | 圆砾 | 257.54 | 2.719 | 0.0345 |
| ZK2 | 20.6 | 圆砾 | 352.24 | 2.664 | 0.0381 |
| ZK2 | 25.1 | 中砂 | 316.94 | 2.566 | 0.0179 |
| ZK2 | 26.9 | 圆砾 | 325.02 | 2.723 | 0.0365 |
| ZK2 | 34.1 | 圆砾 | 371.34 | 2.756 | 0.0424 |
| ZK2 | 42.1 | 砾砂 | 376.14 | 2.692 | 0.0593 |
| ZK2 | 67.1 | 砾砂 | 444.14 | 2.792 | 0.0578 |
| ZK2 | 72.1 | 圆砾 | 473.14 | 2.63 | 0.0327 |
| ZK2 | 75.6 | 圆砾 | 488.24 | 2.635 | 0.0422 |
| ZK3 | 6.1 | 砾砂 | 230.54 | 2.636 | 0.0447 |
| ZK3 | 14.1 | 粉粘 | 163.34 | 2.813 | 0.0943 |
| ZK3 | 33.6 | 粘土 | 293.04 | 2.879 | 0.0478 |
| ZK3 | 79.6 | 粘土 | 417.64 | 2.870 | 0.0556 |
| ZK4 | 1.9 | 粉粘 | 183.02 | 2.940 | 0.0422 |
| ZK4 | 3.9 | 粉粘 | 227.22 | 2.901 | 0.0450 |
| ZK4 | 10.6 | 粘土 | 274.24 | 2.762 | 0.0081 |
| ZK4 | 17.1 | 粘土 | 278.14 | 2.811 | 0.0771 |
| ZK4 | 20.4 | 粘土 | 332.12 | 2.744 | 0.1017 |
| ZK5 | 3.3 | 粘土 | 255.86 | 2.923 | 0.0351 |
| ZK5 | 8.1 | 粘土 | 252.74 | 2.926 | 0.0337 |
| ZK5 | 15.2 | 圆砾 | 309 | 2.798 | 0.0261 |
| ZK5 | 16.4 | 圆砾 | 282.72 | 2.778 | 0.0269 |
| ZK5 | 21.8 | 粉粘 | 290.96 | 2.908 | 0.0615 |
| ZK5 | 28.1 | 粘土 | 329.74 | 2.966 | 0.0210 |
| ZK5 | 33.1 | 砾砂 | 627.74 | 2.803 | 0.0194 |
| ZK5 | 33.6 | 砾砂 | 362.04 | 2.856 | 0.0108 |
| ZK5 | 43.1 | 粘土 | 429.74 | 2.932 | 0.0351 |
| ZK5 | 49.1 | 粉粘 | 445.34 | 2.861 | 0.0538 |
| ZK5 | 54.9 | 粘土 | 413.82 | 2.915 | 0.0437 |
| ZK5 | 77.1 | 粘土 | 602.14 | 2.917 | 0.0420 |
| BH13 | 3.3 | 砾砂 | 192.242 | 2.696 | 0.2196 |
| BH6 | 50.3 | 砾砂 | 408.322 | 2.481 | 0.1270 |
| BH9 | 72.4 | 砾砂 | 433.366 | 2.547 | 0.2414 |

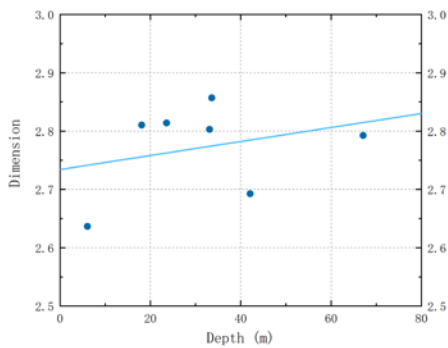
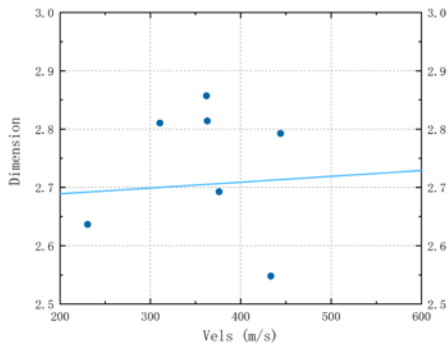


图 3 砾砂的颗粒维度与剪切波速、土层埋深的关系

图 1 中若存在直线段，则说明该土样具有分型特征，可以使用维度方式描述其颗粒特征。由拟合结果可知，圆砾的颗粒特征符合维度描述的分布，所有样品的拟合结果中均有明显的直线段；砾砂的颗粒特征大多数可以使用维度描述，只有 BH7-45 等个别结果，拟合结果没有直线段；中砂则多数拟合结果较差，无法使用维度描述其颗粒特征，只有 ZK2-25 在舍去一个数据点后具有比较明显的直线段；粉砂的全部数据拟合结果较差。由此可见，在玉溪盆地的颗粒土中，颗粒较大的土层具有更好的分

维特征。同时，粘土和粉质粘土的直线段比较明显，而粉土的拟合结果较差。综上所述，由 0.5mm 以上颗粒组成的大颗粒土，和主要由 0.01mm 以下颗粒组成的粘性土，其分维特征比较明显，可能形成于比较单一的沉积环境中。而中砂、粉砂和粉土难以使用维度的方式描述其颗粒特征。其中，粘土和粉质粘土由于颗粒较小，级配数据较少，其结果可能还需要进一步的研究和讨论。

对于本报告中的钻探数据，圆砾主要分布在玉溪大河主干和支流附近的 ZK1 和 ZK2 中，这表明玉溪盆地地区的圆砾土是在比较单一的河流沉积环境中形成的，维度特征明显，可以使用维度的方法来描述其颗粒特征。砾砂中拟合结果较好的样品主要分布在 ZK1, ZK2, BH13, BH6 等钻孔中，同样分布在玉溪大河主干和支流附近，而拟合结果不好的样品为 BH4 和 BH7 中，这两个钻孔距离玉溪大河较远，距离盆地西侧边缘和普渡河断裂带较近，可能形成于坡积、洪积沉积环境中，经过多次水流搬运沉积，形成过程相对比较复杂。

综上所述，土层颗粒的维度特征与其形成的水动力环境有关，尤其是在河流沉积环境中形成的颗粒土，其具有十分明显的分维特征。而在盆地边缘的坡积、洪积为主导的区域，颗粒土的分维特征不明显，这可能是由于颗粒经历了复杂、多次的水流

表 3 圆砾层、砾砂层维度特征与深度-剪切波速的相关性

| 线性拟合 | 土性 | a | b | R ² |
|------|----|---------|--------|----------------|
| 剪切波速 | 圆砾 | -0.0006 | 2.9335 | 0.6277 |
| | 砾砂 | 0.0001 | 2.669 | 0.0129 |
| 深度 | 圆砾 | -0.0021 | 2.7981 | 0.7482 |
| | 砾砂 | 0.0012 | 2.7342 | 0.0884 |

搬运。

在此基础上，计算了所有分维特征明显的样品的维度数据，并在此基础上进行进一步的分析。维度计算结果如表 2。

由表 3 可知，玉溪盆地的圆砾土层其反应颗粒特征的维度平均值为 2.7228，砾砂层为 2.7132，粗粒土的维度值相近，这表明它们可能是形成于相似的沉积环境中。就玉溪盆地而言为以玉溪大河为主的河流沉积环境。粘土的维度为 2.8774，粉质粘土的维度为 2.8851，表明它们可能是形成于相似的沉积环境中。然而粘性土的颗粒极细，数据点较少，可能还需要做进一步的研究。

4. 颗粒土维度与土层埋深和剪切波速的关系

本文进一步分析了颗粒土维度与土层埋深和剪切波速的关系，发现对于圆砾层，其维度与剪切波速呈明显的负相关关系，维度与土层埋深也呈明显的负相关关系，见图 2。而砾砂层的维度与埋深和剪

切波速无明显相关，见图 3。有研究表明，土层的深度和剪切波速与其密实度有明显相关性，尤其砂土最为明显。本文的维度分析表明，对于粒度较大的粗粒土，其在特定沉积环境中沉积形成后，粒度维度特征可能还会受到后续沉积作用和上覆土层压力的影响，而粒度相对较小的土的粒度维度特征则受到影响较小。

5. 结论

本文尝试使用分形理论对土层的颗粒特征、级配特征进行分析，给出了玉溪盆地六个钻孔的 36 个典型土样的维度分析结果，认为土层颗粒的维度特征与其形成的水动力环境有关，在河流沉积环境中形成的颗粒土，具有十分明显的分维特征。在坡积、洪积等沉积环境为主导的区域，颗粒土的分维特征不明显，这可能是由于颗粒经历了复杂、多次的水流搬运。

玉溪盆地的圆砾层、砾砂层等粗粒土的维度值相近，这表明它们可能是形成于玉溪大河为主的河流沉积环境；粘土和粉质粘土的维度相近，表明它们可能是形成于相似的沉积环境中。同时，玉溪盆地圆砾层的剪切波速与颗粒维度呈明显的负相关关系。

致谢

本研究受到国家重点研发计划课题“多场景仿真地震体验关键技术研究”（2019YFC1509403）资助。

参考文献

- [1]. B B Mandelbrot. The fractal geometry of nature[M]. W.H. Freeman, 1983.
- [2]. 谢和平. 分形几何及其在岩土力学中的应用[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(1):14-24.
- [3]. 谢和平. 岩土介质的分形孔隙和分形粒子[J]. 力学进展, 1993, 23(2):145-164.
- [4]. 刘松玉, 方磊, 陈浩东. 论我国特殊土粒度分布的分形结构[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(1):23-30.
- [5]. J D Orford, W B Whalley. The use of the fractal dimension to quantify the morphology of irregular-shaped particles[J]. Sedimentology, 1983, 30(5):655-668.
- [6]. A J Katz, A H Thompson. Fractal sandstone pores: Implications for conductivity and pore formation[J]. Physical Review Letters, 1985, 54(12):1325-1328.

- [7]. DL Turcotte. Fractals and fragmentation[J]. Journal of Geophysical Research Solid Earth, 1986, 91(B2):1921-1926.
- [8]. F Bartoli et al. Structure and self-similarity in silty and sandy soils: the fractal approach[J]. European Journal of Soil Science, 1991, 42(2):167-185.
- [9]. S W Tyler, SW Wheatcraft. Fractal Scaling of Soil Particle-Size Distributions: Analysis and Limitations[J]. Soil Science Society of America Journal, 1992, 56(2):362-369.
- [10]. 易顺民, 孙云志. 泥石流的分形特征及其意义[J]. 地理科学, 1997, 17(1):24-31.
- [11]. 田堪良, 张会礼. 论天然沉积砂卵石粒度分布的分形结构[J]. 水资源与水工程学报, 1996, 30(4):85-89.
- [12]. 刘晓明, 赵明华, 苏永华. 沉积岩土粒度分布分形模型改进及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(8):1691-1697. [3]

Open Access This chapter is licensed under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>), which permits any noncommercial use, sharing, adaptation, distribution and reproduction in any medium or format, as long as you give appropriate credit to the original author(s) and the source, provide a link to the Creative Commons license and indicate if changes were made.

The images or other third party material in this chapter are included in the chapter's Creative Commons license, unless indicated otherwise in a credit line to the material. If material is not included in the chapter's Creative Commons license and your intended use is not permitted by statutory regulation or exceeds the permitted use, you will need to obtain permission directly from the copyright holder.

