

The Research on SME's Equity Value with Stochastic Pricing Method

Changbing Yang^{1,2,3} Mu Zhang³

1Guizhou Institute for Urban Economics and Development, Guizhou University of Finance and Economics, Guiyang Guizhou 550025, China

2Guizhou Institution for Technology Innovation & Entrepreneurship Investment, Guizhou University of Finance and Economics, Guiyang Guizhou 550025, China

3School of Finance, Guizhou University of Finance and Economics, Guiyang Guizhou 550025, China

科技型中小企业股权价值的随机定价方法研究

杨昌兵^{1,2,3} 张目³

1 贵州财经大学 贵州城镇经济与发展研究院, 贵州 贵阳 550025

2 贵州财经大学 贵州科技创新创业投资研究院, 贵州 贵阳 550025

3 贵州财经大学 金融学院, 贵州 贵阳 550025

Abstract

In order to value the equity of SME effectively, we modify the traditional DCF model, namely, we use stochastic variable to describe the factors which have direct impact on cash-in and cash-out; then we use stochastic equation to portray the change of equity valuation; finally, we will simulate the the change of equity valuation within some periods by Monte Carlo simulation. In accordance with the result coming from the simulation ,we find that there exists a big probability that the company will bankrupt, however, their growth speed is extremely high and potential value is decent , which rightly fit the realistic situation. therefore, this modified method has ,to some extent, reference value in valuing the equity of SME.

Keywords: SME, equity value, stochastic process, Monte Carlo simulation

摘要

为有效的评估科技型中小企业的股权价值（假设债权价值为0），我们通过改进的贴现现金流的方法，即将导致现金流流入流出的一些变量当中引入随机因素，然后通过随机方程式来描述企业股权价值的变动，最后利用 Monte Carlo 模拟来刻画公司股权价值在一段时间内的变化情况。通过模拟我们发现科技型中小企业相对成熟企业而言存在巨大的破产风险，但是其成长的速度非常快，而且潜在价值巨大，这一模拟结果恰好和我们现实情况比较吻合。因此，这种方法对于我们以后评估科技型中小企业的股权价值具有很大的借鉴作用。

关键字: 科技型中小企业, 股权价值, 随机过程, Monte Carlo 模拟

1. 引言

对于企业价值的评估最早可以追溯到1906年，当时 Irving Fisher 在他的《资本与收入的性质》一书中提出资本的价值是收入的折现。1938年 Williams 在他的《投资

价值理论》一书中对 Irving Fisher 的理论进一步进行了研究,提出公司的价值在于企业在存续期内能够产生的所有现金流通过恰当的折现率进行折现的现值,这一想法构建了贴现现金流估值的基本雏形。

1952年 Sharp 提出资本资产定价模型(CAPM)为确定贴现现金流当中的贴现率奠定了基础。

1962年 Myron J.Gordon 更进一步的发展出了零增长股利贴现模型,固定增长股利贴现模型等。

1964年 Miller 和 Modigliani 提出 MM 定理,认为企业的价值与公司的资本结构无关,与是否发放股利也无关。企业的价值取决于公司未来的发展机会以及资本成本。因此,国外的学者渐渐将方向转向贴现现金流,权益现金流模型,并且这种模型也渐渐变得更加成熟。

随着资本市场的进一步发展,1991年 Stern Stewart 咨询公司将 EVA 的概念引入估值领域。这种方法完全从经济学的视角出发,直接用营业的净利润减去权益和负债然后得到企业的经济增加值,作为企业价值的来源,然后再将其通过折现率进行折现,这样就能够得到企业的价值。

除了以上国外学者所做的贡献之外,国内的学者在这个领域也有不少研究。

王少豪(2002)^[1]根据科技型中小企业的特特点,分别分析了现金流贴现法,重置成本法以及我们没有涉及的期权法在我国的应用。石晓军(2003)^[2]通过根据资本资产定价模型和贴现现金流模型,对非上市公司的企业价值评估进行了研究。曾繁荣(2009)^[3]在自由现金流的基础上对美的集团收购小天鹅的案例进行了分析。

本篇论文着重考虑了现金流来源的分析与预测,并且与传统的现金流来源分析不同,在充分考虑了科技型中小企业自身特点的情形下,我们通过预测企业未来客户的价值和数目从来间接的评估企业的股权价值。模型将建立在随机的分析框架之下,即,假设影响企业现金流的一些重要变量是具有某种特性随机过程,在随机的框架下分析这类企业的股权价值存在两个方面的优势:

一方面科技型中小企业其本身在发展的初始过程当中就具有很大的不确定性,所以利用随机过程(主要是维纳过程)去刻画影响企业现金流的一些主要变量,充分符合企业的特性;另一方面,随机过程刻画的精确程度相对传统的贴现现金流而言更高。

2. 模型建立

2.1 收入模型

根据 Bass(1969)^[4]我们将消费者分为两类:一类是“创新者”,这类消费者敢于尝试新颖的产品,换句话说,也就是企业新产品能够获得的第一批客户。这类消费者主要是受外部因素影响,例如媒体,政府政策等;另一类是“模仿者”,这类消费者不敢尝试最新的产品,但是他们的消费行为容易受到别人影响,即喜欢模仿“创新者”的消费行为。所以,消费企业产品或者服务的“模仿者”数目取决于“创新者”数目。更进一步,我们假设“创新者”数目需要达到一个最小值 N^{min} , 当且仅当“创新者”数目达到 N^{min} 才能够吸引来足够多的“模仿者”并且使得模仿者的数目能够自行扩散,而这个最小数目 N^{min} 我们也称作“临界数目”。

在自行扩散过程当中,能够获得的最大消费者数目为 N_t^{max} , 其表达式如下:

$$N_t^{max} = m_t FN \quad (1)$$

其中 m_t 表示企业在时间 t 的时候在市场当中的潜在份额。但是,根据正反馈效应,在给定的时间当中,如果企业没有获得“临界数目”的消费者数量,从而使得消费者数目能够自行扩散,那么,从长期而言,消费企业产品的消费者数量将不断减少。所以,科技型中小企业将面临两种情况:第一种,企业能够获得“临界数目”的消费者数量,从而使得企业能够继续存活;第二种,企业无法获得“临界数目”的消费者数目,从而使得企业消费者数目不断的减少。

假设企业的产品在市场上发行时间为 Δt 之后,所能够吸引来的“创新者”数目为 ΔN_t 并且 ΔN_t 服从泊松分布,其表达式如下:

$$\Delta N_t \sim P(\lambda, \Delta t) \quad (2)$$

其中 λ_i 平均到达率。

根据泊松分布的收敛性我们知道, 泊松分布会向正态分布收敛。在连续时间和状态空间下, 我们用下面的随机微分方程来描述客户数目的动态变化, 并且通过这个随机微分方程将两种分布结合起来:

$$dN_i = \lambda_i dt + \sqrt{\lambda_i} dW_i^N \quad (3)$$

其中 W_i^N 是一个标准维纳过程。

假设企业按照一定的比率丧失已获得的客户, 我们用 ξ 表示这一比率, 即丧失的客户的数目可以表示为 ξN_i 。按照这种思路, 我们可以推导出客户数目在没有达到“临界值”之前的动态变化情况, 其公式下:

$$dN_i = (\lambda_i - \xi N_i) dt + \sqrt{\lambda_i} dW_i^N \quad (4)$$

其中 λ_i 是关于公司营销策略或者市场竞争程度等的随机函数。此处, 我们假设 λ_i 服从伊藤过程, 其表达式如下:

$$\frac{d\lambda_i}{\lambda_i} = \alpha_i dt + \delta dW_i^\lambda \quad (5)$$

其中, α_i 表示期望变动率, δ 表示 λ_i 变动率的波动率。同时, α_i 是上面提到的两个因素的函数, 在长期而言, 由于“创新者”数目是不断减少的, 所以我们认为从长期的角度看 α_i 是一个负值。由于长期来说, 原本具有创新性的产品或者服务会变得渐渐过时, 同时, 新的竞争者会不断的进入市场当中, 所以, 我们认为上面假定的“创新者”数目在长期而言是不断减少的, 这是一个合理的假设。

当“创新者”数目达到或者超过“临界值”, 即 $N_i \geq N^{\min}$, “模仿者”数目就会进行自我扩散直到达到最大可获得的消费者数目, N^{\max} 。根据 Mansfield(1961)^[5] 内部影响模型, 即扩散是根据社会系统中成员之间的相互交流。所以, 当“创新者”数目达到或者超过“临界值”, 即 $N_i \geq N^{\min}$ 时, 消费者数目的变化情况如下面的公式所示:

$$dN_i = N_i \frac{q}{N^{\max}} (N^{\max} - N_i) dt \quad (6)$$

其中 q 表示内部影响的相关系数, 反应了前面的消费者 N_i 和后面的消费者 $N^{\max} - N_i$ 之间的相互作用。出于简便性的考虑, 我们用下面的公式来化简 (6) 式的部分内容:

$$\omega_i = \frac{q}{N_i^{\max}} (N_i^{\max} - N_i) \quad (7)$$

如果我们将客户损失考虑进去, 那么, 最终我们会得到如下的公式:

$$dN_i = (\omega_i - \xi) N_i dt \quad (8)$$

我们用 t^f 表示达到“临界值”的初始时刻, 其公式表示如下:

$$t^f = \sup(t : N_i \leq N_i^{\max}) \quad (9)$$

利用公式 (4) (8) (9) 我们能得到下面描述客户数目变化的一般公式:

$$dN_i = \begin{cases} (\lambda_i - \xi N_i) dt + \sqrt{\lambda_i} dW_i^N & t < t^f \\ (\omega_i - \xi) N_i dt & t \geq t^f \end{cases} \quad (10)$$

由于竞争者不断的进入市场, 所以我们假设企业在时间 t 时刻能够获得的最大的市场份额, m_i , 在企业获得“临界值”数目的消费者之前是不断下降的^[7]; 当消费者数目达到或者超过“临界值”那么企业所能够获得最大的市场份额保持不变。根据上述描述, 我们能够获得下公式:

$$\frac{dm_i}{m_i} = \begin{cases} -\beta dt & t < t^f \\ 0 & t \geq t^f \end{cases} \quad (11)$$

其中 β 表示 m_i 的下降速率, 表示了整个市场的竞争激烈程度。 β 越大表示市场竞争的激烈程度越大, 同时表示企业需要获得“临界值”数目的消费者所需要花费的时间越长, 能够获得市场份额越小。

企业的总收入, R_i , 等于企业获得的消费者人数乘以每一个消费者能够给企业带来的平均收入, p_i :

$$R_i = p_i N_i \quad (12)$$

每个消费者给企业带来的平均收入, p_i , 是不确定的, 我们假定它服从伊藤过程, 其表达式如下:

$$\frac{dp_i}{p_i} = \mu_i dt + \sigma dW_i^p \quad (13)$$

其中 μ_i 表示平均收入的期望增长率, σ 表示平均收入的增长率的波动率。我们假设期

望增长率 μ 随着时间的不断推移可以不断的进行调整,但是,当企业成熟的时候, μ 确定性的趋向于一个正数, μ^* , 我们用下面

的公式进行表述:

$$d\mu_t = \kappa_\mu(\mu^* - \mu_t)dt \quad (14)$$

其中 κ_μ 表示调整的速度。

2.2 成本模型

假设公司的成本函数, C_t , 包括三个部分:

(1) 固定成本 F ; (2) 变动成本, 假设变动成本和收入成比例, 其比例系数为 γ_t ; (3)

获得新顾客所需要的成本 C_t^A 。这样我们就

可以将成本函数写成下面的形式:

$$C_t = F + \gamma_t R_t + C_t^A \quad (15)$$

假设获得消费者所需要的成本, C_t^A , 等于

平均获得每个消费者所需要的成本, c^A , 乘以所有在时刻 t 时消费者的总数量, 式如下:

$$C_t^A = c^A(dN_t + \xi N_t dt) \frac{1}{dt} \quad (16)$$

假设变动成本与收入之间的比例系数, γ_t ,

在长期而言随机的趋向于平均 γ^* , 如下:

$$d\gamma_t = \kappa_\gamma(\gamma^* - \gamma_t)dt + \phi dW_t^\gamma \quad (17)$$

其中, ϕ , 表示比例系数的波动率; κ_γ 表示均值回归速度参数。

2.3 企业破产情形

假设公司的所有固定资产为 TP , 其平均折旧率为 θ ; 息税前收入为 $EBIT_t$, 所以 $EBIT_t$ 的表达式如下:

$$EBIT_t = R_t - C_t - \theta TP_t \quad (18)$$

我们假设公司税率为 ε_c , 这样企业的税后收入, Y_t , 可以表示为:

$$Y_t = (1 - \varepsilon_c)EBIT_t \quad (19)$$

假设企业对于资本的投资占收入的比例是固定的, β 。所以, 企业的累积资本就完全

取决于两个部分, 一部分是折旧 θTP_t , 另一部分则是投资 βR_t , 所以企业总资本或者累计资本就可以表示为:

$$dTP_t = (-\theta TP_t + \beta R_t)dt \quad (20)$$

假设企业的现金余额为 X_t , 并且按照固定的无风险利率 r 赚取利息, 当然这边我们也可以假设 r 是一个随机过程, 但是为了便于分析我们不做那样的假设。这样积累的现金流的总量就可以表示成如下公式:

$$dX_t = (rX_t + Y_t + \theta TP_t - \beta R_t)dt \quad (21)$$

根据 Schwartz 和 Moon (2001) [6], 当企业现金余额低于一个负数 X^* 时, 企业将宣布破产, 而且 X^* 是提前被设定的且是宏观因素, 公司现有资产和未来发展潜力等的函数。

2.4 企业价值

因为我们评估的主要是科技型中小企业在成熟之前这段时间的价值, 所以, 我们假设这个时间段为 T_k , 并且通过将未来这段时间的期望值进行贴现, 然后, 我们得到企业股权现值。企业的价值主要包括两个部分: 一部分是 X_{T_k} ; 另一部分是 $R_{T_k} - C_{T_k}$ 。

假设整个市场是风险中性的, 并且为了便于分析, 我们利用无风险利率对上面两个部分进行贴现。所以, 公司在时间 t 时刻的价值为:

$$V_t = E\left[X_{T_k} + \max\{(R_{T_k} - C_{T_k}), 0\} | F_t\right] e^{-r(T_k - t)} \quad (22)$$

其中 F_t 表示在时间 t 的时刻所有信息所组成的集合。

通过以上的分析, 我们可以把企业股权价值函数写成以下的方式:

$$V_t = V(N_t, \lambda_t, m_t, p_t, \gamma_t, X_t, TP_t, t) \quad (23)$$

对等式 (29) 应用伊藤引理, 我们可以得到以下关于公司价值的偏微分方程:

$$\begin{aligned} dV_t = & \frac{\partial V_t}{\partial N_t} dN_t + \frac{\partial V_t}{\partial \lambda_t} d\lambda_t + \frac{\partial V_t}{\partial m_t} dm_t + \frac{\partial V_t}{\partial p_t} dp_t + \\ & \frac{\partial V_t}{\partial \gamma_t} d\gamma_t + \frac{\partial V_t}{\partial X_t} dX_t + \frac{\partial V_t}{\partial TP_t} dTP_t + \frac{\partial V_t}{\partial t} dt + \\ & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_t}{\partial N_t^2} dN_t^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_t}{\partial \lambda_t^2} d\lambda_t^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_t}{\partial p_t^2} dp_t^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_t}{\partial \gamma_t^2} d\gamma_t^2 + \frac{\partial V_t}{\partial N_t} \frac{\partial V_t}{\partial \lambda_t} dN_t d\lambda_t + \\ & \frac{\partial V_t}{\partial N_t} \frac{\partial V_t}{\partial p_t} dN_t dp_t + \frac{\partial V_t}{\partial N_t} \frac{\partial V_t}{\partial \gamma_t} dN_t d\gamma_t \\ & + \frac{\partial V_t}{\partial \lambda_t} \frac{\partial V_t}{\partial p_t} d\lambda_t dp_t + \frac{\partial V_t}{\partial \lambda_t} \frac{\partial V_t}{\partial \gamma_t} d\lambda_t d\gamma_t \\ & + \frac{\partial V_t}{\partial p_t} \frac{\partial V_t}{\partial \gamma_t} dp_t d\gamma_t \end{aligned} \quad (24)$$

在风险中性的条件下，计算 dV_t 的期望值我们就能够获得企业价值的基本偏微分方程，当然这个方程存在着很多边界条件。根据上述模型我们知道，企业的破产条件存在路径依赖，所以该偏微分方程的解不存在。但是，我们可以对上述模型采用离散时间模型进行近似，然后，依靠 Monte Carlo 模拟获得企业价值。由于篇幅有限我们将直接给出模拟的结果而省略相关的公式推导过程。

3. Monte Carlo 模拟

为了更好的解释我们的模型，我们采用 Monte Carlo 方法来模拟一个虚构的科技型中小企业股权价值的演变情况。我们考虑的企业是该企业还没有取得“临界值”客户数目，并且 $N_0 = 5000; N^{\max} = 25000$ 。假设所有随机过程之间不相关，未来不存在融资的可能性。当公司的现金余额小于 0 的时候，即认为公司的价值为 0。出于方便起见，我们假设 λ_t 的预期变化率 α_t 是负的常数，价值跨度为 20 年，同时 V_t 以季度为单位，一共运行的次数为 50000。图 1 是我们根据模拟得出来的价值和频率关系图，其中横轴表示企业价值，纵轴表示达到这些价值的频率。

根据我们选定的参数，我们能得到在 t_0 时刻，企业预期的股权价值为 24.4mn，且小部分时候股权价值甚至能超过 150mn，但是通过模拟出来的图形我们发现至少有 18% 的概率企业会破产，即股权价值为 0。除此以外，有 19% 左右的概率企业的股权价值在 1-5mn 之间徘徊，尽管企业不会破产，但是这只是预期股权价值当中很小的一部分。

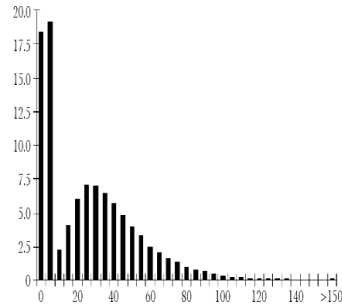


图 1 股权价值与频率

注：横轴表示股权价值，单位为百万 (mn)；纵轴表示达到某些股权价值的频率

4. 结论

根据上面 Monte Carlo 模拟结果我们发现，科技型中小企业存在巨大的破产可能性，但是它们的增长速度和潜在价值也十分可观，这一模拟结果与我们所了解的现实情况也是极其符合。所以，我们上面提出这种对于科技型中小企业股权价值的评估方法存在一定的现实可靠性。

致谢

本文为国家自然科学基金地区项目《贷款风险补偿资金对科技型中小企业信贷配给的影响机理研究》(71263011)的阶段性成果之一。

参考文献

[1] 王少豪. 企业并购中协同效应与控股权价值的评估. 中国资产评估, 2002, 4(4): 18-20.

[2] 石晓军. 非上市公司价值评价: 基于 CAPM 的 DCF 方法与实证. 商业研究, 2003, (3): 72-74.

[3] 曾繁荣; 王志仁. 我国企业并购的风险与控制分析. 中国管理信息化. Vol.12 No.28, 2019.5

[4] Bass Frank M (1969), "A New-Product Growth Model for Consumer Durables",

Risk Analysis and Crisis Response in Big Data Era (RAC-16)

- Management Science, Vol. 15, pp. 215-227.
- [5] Schwartz Eduardo S and Moon Mark (2001), “Rational Pricing of Internet Companies Revisited”, The Financial Review, Vol. 36, pp. 7-26
- [6] Mansfield Edwin (1961), “Technological Change and the Rate of Imitation”,
Econometrica, Vol. 29, pp. 741-766.
- [7] M. Zhang, Z.F. Zhou. A Credit rating model for enterprises based on projection pursuit and k-means clustering algorithm. Journal of Risk Analysis and Crisis Response, 2012, 2(2): 131-138.